



Universidad Simón Bolívar
 Departamento de Matemáticas
 Puras y Aplicadas
 Enero–Marzo 2014

Nombre: _____

Carné: _____ Sección: _____

1er. Parcial de Matemáticas VII. Bloque B (9:30 AM)

TABLA DE TRANSFORMADAS DE LAPLACE; $a, \omega \in \mathbb{R}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$.

$u(x)$	$U(z)$	→	$u(x)$	$U(z)$	→	$u(x)$	$U(z)$
$u'_{gen}(x)$	$zU(z)$		$\delta(x)$	1		$H(x)e^{\alpha x} \frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{(z-\alpha)^k}$
$xu(x)$	$-U'(z)$		$\delta^{(k)}(x)$	z^k		$H(x)\text{sen}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 + \omega^2}$
$u(x-a)$	$U(z)e^{-az}$		$H(x)$	$\frac{1}{z}$		$H(x)\text{cos}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 + \omega^2}$
$e^{\alpha x}u(x)$	$U(z-\alpha)$		$H(x)\frac{x^{k-1}}{(k-1)!}$	$\frac{1}{z^k}$		$H(x)\text{senh}(\omega x)$	$\frac{\omega}{z^2 - \omega^2}$
$\alpha u(x) + \beta v(x)$	$\alpha U(z) + \beta V(z)$		$H(x)e^{\alpha x}$	$\frac{1}{z-\alpha}$		$H(x)\text{cosh}(\omega x)$	$\frac{z}{z^2 - \omega^2}$
$u * v(x)$	$U(z)V(z)$						

1. (13 ptos.) Resolver el problema de valores iniciales: $tx''(t) + (1 - 2t)x'(t) - 2x(t) = 0$, $x(0) = 1$, y $x'(0) = 2$.

2. (13 ptos.) Considere la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x+2), & \text{si } -2 < x \leq 0; \\ 1-x, & \text{si } 0 < x \leq 1; \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

a) Calcule $f''_{gen}(x)$.

b) Use la parte (a) para calcular $I(a) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\text{sen}(ax) dx$, para cualquier valor de la constante a .

3. (12 ptos.) Sean $p(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } |x| \leq 1 \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$, y $f(x) = \begin{cases} 2+x, & \text{si } -2 < x \leq 0; \\ 2-x, & \text{si } 0 < x \leq 2; \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$.

a) Calcular $k'_{gen}(x)$, donde $k(x) = (p * f)(x)$.

b) Calcular $\mathcal{L}(k'_{gen})$.

c) Calcular $k(x)$ usando (b)

4. (12 ptos.) Sea g una función suave. Sobre el espacio de prueba de las funciones suaves demuestre

$$g(x)\delta''(x-a) = g(a)\delta''(x-a) - 2g'(a)\delta'(x-a) + g''(a)\delta(x-a)$$

¡Justifique todas sus respuestas!
Respuesta sin justificación carecerá de valor.